

XIII Podkarpacki Konkurs Matematyczny im. Franciszka Leji
dla szkół ponadgimnazjalnych
Poziom I
(klasy pierwsze szkół ponadgimnazjalnych i trzecie gimnazjów)
Etap powiatowy
26-01-2013, godzina 10.00
(150 minut)

- 1) Jaś jest starszy od Małgosi. Jeśli przestawimy obie cyfry liczby całkowitej wyrażającej wiek Jasia, to otrzymamy wiek Małgosi. Ponadto różnica kwadratów liczb wyrażających wiek każdego z nich jest kwadratem liczby całkowitej. Ile lat ma Jaś, a ile Małgosi?
- 2) Znajdź prostokąt, którego pole wyraża się tą samą liczbą co obwód, a długości jego boków są liczbami naturalnymi.
- 3) Wykaż, że $\sqrt[3]{20+14\sqrt{2}} + \sqrt[3]{20-14\sqrt{2}} = 4$.
- 4) Podstawy trapezu mają długości a i b ($a > b$). Wyznacz długość odcinka równoległego do nich i dzielącego pole trapezu na połowy.
- 5) Wyznacz wszystkie pary liczb całkowitych (x, y) , spełniające nierówność:
 $x^2 + y^2 - 6x + 4y + 12 \leq 0$.

Powodzenia!

Zadania na XIII Podkarpacki Konkurs Matematyczny
Dla szkół ponadgimnazjalnych
Poziom II
(klasy drugie liceum i trzecie technikum)
Etap powiatowy
26 stycznia 2013 r. godzina 10.00
(150 minut)

- 1) Wykaż, że jeżeli liczby rzeczywiste a, b, c spełniają warunek:
 $2a^2 + 4b^2 + 9c^2 = 4ab + 6ac$, to $a:b:c = 6:3:2$.
- 2) W kartezjańskim układzie współrzędnych zaznacz zbiór wszystkich punktów płaszczyzny, których współrzędne spełniają równanie: $|x - 2| + |x + 2| + |y| = 6$.
- 3) Dla jakich wartości parametru p równanie $x^2 - (p+1)x + 2 - p = 0$ ma dwa różne pierwiastki, z których jeden jest sinusem a drugi cosinusem tego samego kąta.
- 4) Odcinki $AD, BE, i CF$ są wysokościami trójkąta ABC i jednocześnie dwusiecznymi katów wewnętrznych trójkąta DEF . Oblicz miary katów trójkąta DEF , wiedząc, że kąty trójkąta ABC mają miary $45^\circ, 60^\circ$ i 75° .
- 5) Udowodnij, że jeżeli w liczbie sześciocyfrowej cyfra pierwsza jest równa czwartej, druga piątej i trzecia szóstej, to liczba ta jest podzielna przez 7, 11 i 13.

Powodzenia!